

solo seconda parte

intero (non fare esercizio 2.3)

### Parte 1

#### 1.1

Scrivere il codice delle MT che computano la funzione caratteristica dei seguenti insiemi:

- a)  $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$  (dare per scontato che l'input sul nastro sia sempre una n-upla)
- b)  $\{(x,x), \text{ con } x \in \mathbb{N}\}$  (dare per scontato che l'input sul nastro sia sempre una coppia di numeri)

#### 1.2

Fornire la definizione dei seguenti concetti riferiti a un insieme:

decidibilità, semidecidibilità, enumerabilità, cardinalità (finita e infinita), numerabilità.

### Parte 2

#### 2.1

- a) Scrivere la definizione del concetto di T-computabilità (sia di funzioni totali, sia di funzioni parziali).
- b) Scrivere la definizione dell'operazione di ricorsione con cui da due funzioni  $f$  e  $g$  otteniamo una funzione  $h$ .
- c) Dimostrare che se  $f$  e  $g$  sono T-computabili allora anche  $h$  lo è.

#### 2.2

Dimostrare che le seguenti funzioni sono in RP

- a)  $\max(x,y) = x$  se  $x \geq y$ , altrimenti  $y$
- b)  $\min(x,y) = x$  se  $x < y$ , altrimenti  $y$
- c)  $\text{med}(x,y,z) = \begin{cases} x & \text{se } y \leq x \leq z \text{ oppure } z \leq x \leq y, \\ y & \text{se } x \leq y \leq z \text{ oppure } z \leq y \leq x, \\ z & \text{se } x \leq z \leq y \text{ oppure } y \leq z \leq x \end{cases}$

#### 2.3

Dimostrare per mezzo di una dimostrazione per assurdo che il problema "la funzione computabile  $f$  è totale?" non è decidibile.